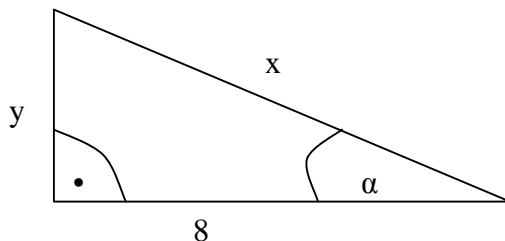


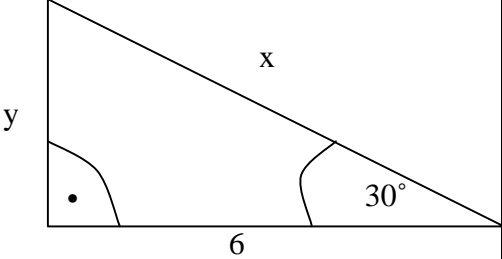
## 8. 2. ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW PROSTOKĄTNYCH

Przykład 8.2.1. Posługując się rysunkiem oraz wiedząc, że  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4}$  oblicz długości boków x i y.

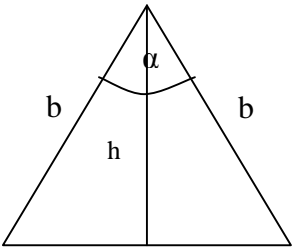
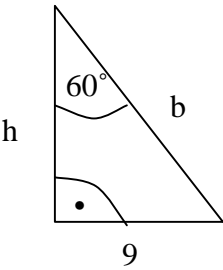


Rozwiązanie	Komentarz
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{8}$ $\frac{1}{4} = \frac{y}{8}$ $4y = 8 / : 4$ $y = 2$	<p>Obliczamy y wykorzystując definicję tangensa</p> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{przykrostopkatna}_{\text{ _ naprzeciw _ } \alpha}}{\text{przyprostokatna}_{\text{ _ przy _ } \alpha}}$ <p>oraz fakt, że <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4}</math>.</p> <p>Otrzymane równanie jest proporcją, to doprowadzamy je do postaci wielomianowej mnożąc „na krzyż” licznik z mianownikiem.</p>
$y^2 + 8^2 = x^2$ $2^2 + 8^2 = x^2$ $4 + 64 = x^2$ $68 = x^2$ $x = \sqrt{68}$ $x = \sqrt{4 \cdot 17} = 2\sqrt{17}$	<p>Obliczamy x wykorzystując twierdzenie Pitagorasa.</p>

Przykład 8.2.2. Oblicz obwód trójkąta prostokątnego o kącie  $30^\circ$  i przyprostokątnej długości 6, leżącej przy kącie  $30^\circ$ .

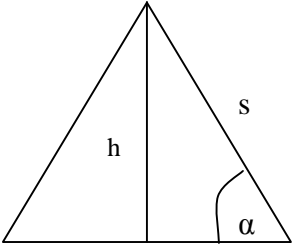
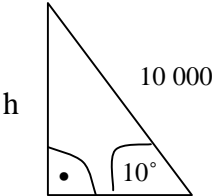
Rozwiązanie	Komentarz
 <p><b>Szukane:</b> <math>Ob = ?</math>  <b>Wzory:</b> <math>Ob = x + y + 6</math></p>	<p>Analiza zadania.</p>
$\cos 30^\circ = \frac{6}{x}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{x}$ $x\sqrt{3} = 6 \cdot 2$ $x\sqrt{3} = 12 / \cdot \sqrt{3}$ $3x = 12\sqrt{3} / : 3$ $x = 4\sqrt{3}$	<p>Do obliczenia x wykorzystujemy definicję kosinusa</p> $\cos \alpha = \frac{\text{przyprostokątna przy } \alpha}{\text{przeciwprostokątna}}$ <p>oraz <math>\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>
$\text{ctg} 30^\circ = \frac{6}{y}$ $\sqrt{3} = \frac{6}{y} / \cdot y$ $y\sqrt{3} = 6 / \cdot \sqrt{3}$ $3y = 6\sqrt{3} / : 3$ $y = 2\sqrt{3}$	<p>Do obliczenia y wykorzystujemy definicję kotangensa</p> $\text{ctg} \alpha = \frac{\text{przyprostokątna przy } \alpha}{\text{przyprostokątna naprzeciw } \alpha}$ <p>oraz <math>\text{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}</math></p>
$Ob = 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 6 = 6\sqrt{3} + 6$	<p>Obliczamy obwód trójkąta</p>

Przykład 8.2.3. W trójkącie równoramiennym o podstawie długości 18, kąt przy wierzchołku  $\alpha = 120^\circ$ . Oblicz długość wysokości i ramienia tego trójkąta.

Rozwiązanie	Komentarz
 <p><b>Dane:</b> <math>a = 18</math>  <math>\alpha = 120^\circ</math>  <b>Szukane:</b> <math>h = ?</math>  <math>b = ?</math></p>	<p>Analiza zadania.</p>
	<p>Wysokość podzieliła trójkąt równoramienny na dwa trójkąty prostokątne.</p>
$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{9}{h}$ $\sqrt{3} = \frac{9}{h} \cdot h$ $h\sqrt{3} = 9 \cdot \sqrt{3}$ $3h = 9\sqrt{3} / : 3$ $h = 3\sqrt{3}$	<p>Do obliczenia wysokości <math>h</math> wykorzystujemy definicję tangensa</p> $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{przyprostokątna}_{\text{naprzeciw}} \alpha}{\text{przyprostokątna}_{\text{przy}} \alpha}$ <p>oraz <math>\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}</math></p>
$\sin 60^\circ = \frac{9}{b}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{b}$ $b\sqrt{3} = 9 \cdot 2$ $b\sqrt{3} = 18 \cdot \sqrt{3}$ $3b = 18\sqrt{3} / : 3$ $b = 6\sqrt{3}$	<p>Do obliczenia ramienia <math>b</math> wykorzystujemy definicję sinusa</p> $\sin \alpha = \frac{\text{przyprostokątna}_{\text{naprzeciw}} \alpha}{\text{przeciwprostokątna}}$ <p>oraz <math>\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>

Przykład 8.2.4.Stok góry jest nachylony do powierzchni ziemi pod kątem  $10^\circ$ .

Wyznacz wysokość góry , jeśli długość stoku wynosi 10 km . Wynik podaj w metrach.

Rozwiązanie	Komentarz
 <p><b>Dane:</b> <math>s = 10 \text{ km} = 10\,000\text{m}</math>  <math>\alpha = 10^\circ</math>  <b>Szukane:</b> <math>h = ?</math></p>	<p>Analiza zadania.</p>
 $\sin 10^\circ = \frac{h}{10000}$ $0,1736 \approx \frac{h}{10000} \cdot 10000$ $h \approx 1736 \text{ m}$ <p>Odp. Góra ma około 1736m wysokości.</p>	<p>Do obliczenia wysokości <math>h</math> wykorzystujemy definicję sinusa</p> $\sin \alpha = \frac{\text{przyprostokątna}_{\text{naprzeciw}}_{\alpha}}{\text{przeciwprostokątna}}$ <p>Z tablic z przybliżonymi wartościami funkcji trygonometrycznych odczytujemy przybliżoną wartość <math>\sin 10^\circ \approx 0,1736</math></p>

## ĆWICZENIA

Ćwiczenie 8.2.1. (2pkt.) W trójkącie prostokątnym sinus jednego z kątów ostrych ma wartość

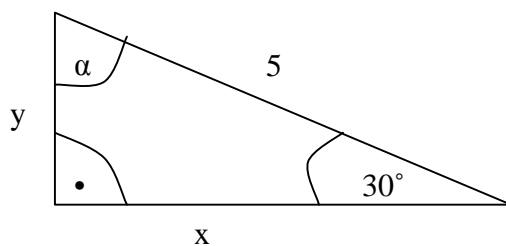
$\frac{4}{5}$  . Oblicz długości przyprostokątnych tego trójkąta wiedząc, że przeciwprostokątna

ma długość 10 cm .

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie długości jednej z przyprostokątnych	1
2	Podanie długości drugiej przyprostokątnej.	1

Ćwiczenie 8.2.2. (3pkt.) Posługując się rysunkiem wyznacz długości boków  $x$  i  $y$  oraz miarę kąta  $\alpha$ .



**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie długości $x$	1
2	Podanie długości $y$	1
3	Podanie wartości $\alpha$	1

Ćwiczenie 8.2.3. (2pkt.) W prostokącie przekątna  $d = 6$  jest nachylona do jednego z boków pod kątem  $\alpha = 60^\circ$ . Oblicz długości boków prostokąta.

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie długości jednego z boków	1
2	Podanie długości drugiego boku	1

Ćwiczenie 8.2.4. (1pkt.) Latarnia rzuca cień którego długość wynosi 15 m gdy promienie słoneczne tworzą z powierzchnią ziemi kąt  $58^\circ$ . Oblicz wysokość latarni.

**schemat oceniania**

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Podanie wysokości latarni	1